

Відгук

офіційного опонента про дисертаційну роботу

Шань Марії Олексіївни

«Усувні особливості розв'язків анізотропних
параболічних рівнянь»,

представлену на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю

01.01.02 – диференціальні рівняння

Дисертаційна робота присвячена дослідженню асимптотичної поведінки розв'язків квазілінійних параболічних рівнянь певного виду в околі сингулярної точки. Модельними випадками таких рівнянь є рівняння анізотропного пористого середовища, зокрема, з абсорбцією та градієнтною абсорбцією. Слід зазначити, що довгий час проблема усувності особливостей вивчалась тільки для лінійних рівнянь та радіальних розв'язків. Значним просуванням у цьому напрямку виявились роботи Дж. Серріна у середині 60-х років минулого століття, де він отримав умови усувності сингулярностей для квазілінійних рівнянь загального типу, зокрема, слабку умову усувності особливості та точну умову для невід'ємних розв'язків. Важливою обставиною, що дозволяє підтвердити точність умови у випадках, який розглядав Дж. Серрін, є існування добре відомих фундаментальних розв'язків відповідних рівнянь. Досягнення у розвитку теорії нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними у 80-х роках дозволили почати дослідження нерадіальних сингулярних розв'язків рівнянь, зокрема, рівнянь типу нестационарного рівняння Лапласа (або p -Лапласа) з абсорбційними членами. Анізотропні рівняння такого типу досліджувались І.І.Скрипником та його співавторами уже в цьому столітті. У цьому контексті цілком природними та актуальними виявляються дослідження, що увійшли в

дисертаційну роботу М.О.Шань у яких наголос робиться на ситуаціях, коли одна частина показників анітропії більше 1, а інша - менше 1. Автор дисертації запропонував оригінальний підхід, який не залежить від значень показників анізотропії та дозволяє оперувати з універсальним поняттям слабого розв'язку та отримувати відповідні оцінки.

Дисертаційна робота містить ретельний опис стану справ у галузі теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними, що досліджується (розділ 1). Відповідно до мети роботи, основна частина дисертації складається з трьох розділів, 2-го, 3-го та 4-го. **Розділ 2** присвячений аналізу слабких розв'язків квазілінійних параболічних рівнянь з дивергентною головною частиною, модельним випадком яких є анізотропне рівняння пористого середовища. Зокрема, отримані інтегральні та поточкові оцінки розв'язку в околі сингулярної точки. У **розділі 3**, основним об'єктом дослідження є оцінки типу Келлера-Оссермана, які є одним з основних інструментів для отримання умов усувності особливостей для рівнянь з абсорбційним членом. Такі оцінки також застосовуються при аналізі так званих «великих розв'язків» та отриманні інших нерівностей, наприклад, нерівностей типу Гарнака. Відзначу, що ці оцінки доведені без використання принципу порівняння та радіальних розв'язків, що є важливим, приймаючи до уваги відсутність фундаментальних розв'язків у явній формі.

Результати дослідження з розділу 3 (оцінки типу Келлера-Оссермана) застосовуються у **розділі 4** для отримання основних результатів дисертаційної роботи, а саме, умов усувності ізольованих особливостей для анізотропних параболічних рівнянь з різними типами абсорбційних членів.

При отриманні усіх цих результатів, М.О.Шань продемонструвала вміння долати неабиякі аналітичні труднощі та працювати з різноманітним математичним апаратом. Всі результати роботи є новими і достовірними. Вони повно викладені в статтях, опубліковані у провідних реферованих фахових виданнях, у тому числі – у 5 наукових журналах, включених до наукометричних баз Scopus та Web of Science, та доповідалися на багатьох

наукових конференціях. Відзначу, що 4 роботи з 6 опубліковано без співавторів.

Дисертаційна робота та автореферат оформлені згідно з вимогами, прийнятим в Україні. Автореферат вірно відбиває зміст дисертації. Результати дисертації М.О.Шань носять теоретичний характер, вони можуть бути використані при дослідженні інших типів диференціальних рівнянь, зокрема, таких, які виникають при моделюванні фізичних явищ у пористих неоднорідних анізотропних середовищах.

У якості зауважень, відзначу певну кількість мовних та друкарських помилок та інших незначних недоліків редакційного характеру. Зокрема,

- стор. 26, рядки -1 та -3: N має бути n ;
- стор. 35, рядок -9: неясно, яка робота мається на увазі у вислові «... цієї роботи...»;
- стор. 38: формулювання вихідного змісту оцінки Келлера-Оссермана, узагальненню якої присвячена значна частина дисертації (розділ 3), має 3 друкарські помилки: (1) верхня границя внутрішнього інтеграла у першій формулі має бути x ; (2) квадратні дужки у цій самій формулі мають бути у степені $-1/2$; (3) рядок 5: замість «неспадна» має бути «спадна».
- стор. 64, рядки 6 та -7 мають посилання з некоректною нумерацією, відповідно, (3.6) та (3.7).
- стор. 65: у рядку 8, певно, має бути лема 2.1 замість леми 2.3, а у рядку 10 -- лема 2.2 замість леми 2.4;
- стор. 68, рядок 2: використане означення $\delta(u)$, визначення якого приведене лише на наступній сторінці;
- стор. 68, формула (3.5): неясно, що таке ρ ;
- стор. 69, рядок -9: пропущений знак рівності.

Ці зауваження, безперечно, не впливають на високий науковий рівень та цілком позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Вважаю, що дисертаційна робота М.О.Шань «Усувні особливості розв'язків анізотропних параболічних рівнянь», яку подано на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, є закінченим науковим дослідженням, що містить розв'язання актуальних задач теорії параболічних диференціальних рівнянь, зокрема, детальний аналіз у околі потенційних особливостей розв'язків анізотропних рівнянь. Вона задовольняє всім вимогам, які висуваються в Україні до кандидатських дисертацій, а її автор, Шань Марія Олексіївна, безумовно заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

30.11.2019 р.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник
Фізико-технічного інституту низьких температур
ім. Б.І. Веркіна НАН України (м. Харків)

Д.Г.Шепельський

