

**Відгук офіційного опонента  
на дисертацію Дзюби Марини Володимирівни на тему  
“Диференціально-алгебраїчні матричні крайові задачі”,  
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних  
наук зі спеціальності 01.01.02 — «диференціальні рівняння»**

У дисертаційній роботі М.В. Дзюби розглянуто клас систем алгебраїчних, диференціальних та диференціально-алгебраїчних рівнянь відносно матричнозначних функцій дійсного аргументу. Проведено дослідження умов існування розв'язків, в тому числі у критичних випадках. Тема дисертації є актуальною завдяки різноманітним застосуванням диференціально-алгебраїчних рівнянь у механіці та біології, а також в інженерних дисциплінах при моделюванні електричних ланцюгів, транспортних мереж, проблем логістики тощо. Актуальність цієї тематики для фундаментальної науки підтверджується результатами досліджень провідних вчених вітчизняної наукової школи А.М. Самойленка та О.А. Бойчука, а також роботами С.Г. Крейна, А.М. Тихонова, В.Я. Арсеніна та ін. Дисертаційна робота (загальним обсягом 166 сторінок) містить анотацію, вступ, три розділи, висновки, список зі 160 літературних джерел, та два додатки.

У першому розділі подано огляд відомих результатів для використання в подальших частинах роботи, у тому числі наведено результати О.А. Бойчука, С.М. Чуйка щодо розв'язності матричних рівнянь типу Сильвестра та Ляпунова, а також представлено модельні приклади для ілюстрації цих умов. окрему увагу надано критичним випадкам, коли розв'язки існують не для кожної матриці у правій частині відповідного матричного рівняння.

У розділі 2 вивчено достатні умови існування розв'язків лінійних матричних алгебраїчних рівнянь Ляпунова та Сильвестра. Основним технічним прийомом дослідження є векторизація матриць у розглянутих крайових задачах із подальшим аналізом систем алгебраїчних рівнянь відносно вектор-функцій. У теоремі 2.2.1 запропоновано конструктивну схему знаходження розв'язків в околі розв'язку відповідної породжуючої залачі. З викстанням цієї методики розглянуто також крайову задачу для систем лінійних диференціальних рівнянь. В разі несумісності рішень з вихідними крайовими умовами запропоновано методика збурень крайових умов, достатніх для існування рішень відносно вектор-функцій. окремо проаналізовано системи із періодичними та загальними крайовими умовами. Для лінійних нетерових крайових задач отримані достатні умови регуляризації за рахунок, як виродженого, так і невиродженого імпульсного збурення, а також за допомогою імпульсного впливу типу "interface conditions". Побудовано узагальнений оператор Гріна та знайдено вигляд збуреної крайової умови матричної крайової задачі.

У третьому розділі розглянуто матричні диференціально-алгебраїчні крайові задачі з імпульсним впливом. Знайдено умови розв'язності, а також

запропонована конструкція узагальненого оператора Гріна. Не обмежуючись умовами існування, дисертант також запропонувала схему наближеного (у сенсі найменших квадратів) розв'язання задач, в тому числі і за умови нерозв'язності вихідної матричної диференціально-алгебраїчної крайової задачі.

Здобуті у роботі результати мають перспективу для подальших застосувань у техніці при дослідженні крайових задач для моделей електричних та газових мереж, а також керованих механічних систем. Дисертація Дзюби Марини Володимирівни є завершеною науковою працею, в якій отримані нові обґрунтовані результати, що в сукупності вирішують наукову задачу про визначення умов розв'язності матричних крайових задач та можуть бути використані в подальших дослідженнях у теорії диференціально-алгебраїчних рівнянь, їх застосуваннях в електроніці, теорії стійкості руху тощо. Усі математичні твердження, що виносяться на захист, супроводжуються строгим доведенням із застосуванням методів лінійної алгебри і теорії лінійних диференціальних рівнянь, отже достовірність наукових положень і висновків дисертації не викликає сумнівів.

Основні результати дисертації достатньо повно відображені у публікаціях здобувача у наукових фахових виданнях, відповідно до всіх встановлених вимог МОН України. Дві статті із співавторством М.В. Дзюби опубліковано в журналах «Ukrainian Mathematical Journal» та «Journal of Mathematical Sciences», які входять до наукометричної бази Scopus. Зміст автореферату є ідентичним основним положенням дисертації.

Як опонент, відносно дисертаційної роботи М.В. Дзюби маю наступні зауваження.

1. Назва роботи “Диференціально-алгебраїчні матричні крайові задачі” має дещо загальний характер. На мій погляд назва повинна відповідати принаймні базовим задачам дисертаційного дослідження.
2. При явному представленні оператора векторизації матриці  $M[A]$  (стор. 37) використано операцію кронекерівського добутку, символ якої доцільно додати до наявного переліку умовних позначень.
3. Умову (2.3) на с. 50 дисертаційної роботи можна спростити до вимоги повноти рангу матриці  $J_r + \Pi_{J_r}$ , оскільки має місце нерівність  $\alpha\delta \leq \beta\gamma$ .
4. На стор. 100 дисертаційної роботи знайдені умови розв'язності, а також конструкція узагальненого оператора Гріна матричної диференціально-алгебраїчної крайової задачі з імпульсним впливом, а на с. 76 – крайова задача з імпульсним впливом типу "interface conditions". Доцільно було б порівняти постановки названих задач, а також навести відмінності, як виродженого, так і невиродженого імпульсного збурення.
5. Останнє зауваження має характер побажання. Методика регуляризації, яку автор використовує в своїй роботі, не передбачає визначення та співставлення кількісних характеристик величин збурень вихідної системи (які можна охарактеризувати нормою збурень  $\|\varepsilon\|$ ) та відхилень

відповідних псевдорішень ( $\|\delta\|$ ) типу  $\|\delta\|=O(\|\varepsilon\|)$ ). Тому бажано було б співставити умови розв'язності для загального випадку (Теорема 2.1.1) з умовами розв'язності та обумовленості для класичного рівняння Сильвестра  $QC+CR=B$ , які виражено в термінах спектрів матриць  $Q$  і  $R$ .

Вказані зауваження не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи у цілому.

На основі вивчення автореферату, дисертації та опублікованих праць М.В. Дзюби вважаю, що робота “Диференціально-алгебраїчні матричні крайові задачі” задовольняє всі вимоги МОН України щодо кандидатських дисертацій (відповідно до «Порядку присудження наукових ступенів», що затверджено Постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 р. № 567, із подальшими змінами). Автор дисертації, Марина Володимирівна Дзюба, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 — «диференціальні рівняння».

Офіційний опонент:

Заст. директора з наукової роботи  
Інституту прикладної математики  
і механіки НАН України,  
доктор фіз.-мат. наук



В.Ф. Щербак