

ВІДЗИВ

офіційного опонента на дисертацію Дзюби Марини Володимирівни
“Диференціально-алгебраїчні матричні країові задачі”,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
зі спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння

Актуальність теми. У математиці досліджуються процеси, які протікають в реальних фізичних середовищах, за допомогою математичних моделей цих процесів. Математичними моделями багатьох фізичних та біологічних процесів в областях складної структури є країові задачі для диференціально-алгебраїчних рівнянь. Так ще в 1787 році Ж. Лагранж у своїй відомій праці «Аналітична механіка» одержав рівняння, що зараз носять назву рівняння Ейлера-Лагранжа і являються першими диференціально-алгебраїчними рівняннями. Пізніше в 1847 році Г. Кірхгоф, досліджуючи електродинамічні процеси вперше одержав матричне диференціально-алгебраїчне рівняння (фактично це звичайне матричне диференціальне рівняння із виродженою матрицею при старшій похідній). (Ilcman A., Reis T. Surveys in Differential Algebraic Equations IV, 2017).

У теорії оптимального керування, при моделюванні біологічних та екологічних процесів, дослідженні динаміки ядерних реакторів, у напівпровідникових системах із зворотнім зв'язком та інших явищах виникають диференціально-алгебраїчні рівняння у вигляді систем з виродженими або прямокутними матрицями перед старшими похідними шуканої вектор-функції. Різним аспектам дослідження таких рівнянь присвячені праці світових математиків М.М. Лузіна, Ф.Р. Гантмахера, А.М. Тихонова, А.М. Самойленка, О.А. Бойчука, S.L. Campbell, L.R. Petzold, C. W. Gear та інших.

Основні результати теорії вироджених систем отримано за умови сталості певних характеристик їх лінійних частин. Природно, що найбільш

дослідженими є лінійні системи. Саме для них достатньо добре розроблено методи розв'язування, що ґрунтуються на можливості зведення вироджених систем до інтегровних систем (Ю.Є. Бояринцев, В.Ф. Чистяков, S.L. Campbell, L.R. Petzold, R. März, R. Riaza), або до систем меншої розмірності (В.О. Єременко, Ю.Д. Шлапак). У працях S.L. Campbell та L.R. Petzold введено поняття центральної канонічної форми (ЦКФ) виродженої лінійної системи і наведено підстановки, за допомогою яких задана система зводилась до ЦКФ.

Відзначимо, що загальні достатні умови звідності виродженої лінійної системи до ЦКФ були отримані А.М. Самойленком і В.П. Яковцем. Це дало змогу описати структуру загального розв'язку виродженої лінійної системи, з'ясувати достатні умови існування періодичних розв'язків вироджених систем із періодичними коефіцієнтами, розробити теорію асимптотичного інтегрування вироджених сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь. Необхідною умовою перерахованих вище результатів є умова сталості рангу матриці при похідних.

У дисертаційній роботі розглядаються матричні диференціально-алгебраїчні рівняння, які узагальнюють постановки задач для диференціально-алгебраїчних рівнянь. Варто відзначити серед оригінальних підходів до їх дослідження техніку регуляризації та метод найменших квадратів, які застосовані у даній дисертаційній роботі. Наявність складних і цікавих теоретичних проблем, пов'язаних із вивченням розглядуваних в роботі задач, пояснює інтерес до їх дослідження і в силу цього тема дисертаційної роботи є важливою і актуальною.

Основні результати роботи. Дисертація складається з анотації, вступу, трьох розділів, висновків, переліку умовних позначень та предметного покажчика, списку використаних джерел (160 найменувань) та двох додатків. У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано мету, задачі й методи дослідження, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, їх апробацію тощо.

У першому розділі дисертації наведений достатньо детальний огляд результатів інших авторів, які є близькими до теми дисертаційної роботи, головна увага приділяється роботам [9, 10, 30, 61, 107, 110], результати яких істотно використовуються у дисертаційній роботі. окрема увага тут приділяється критичним випадкам, для яких характерна нерозв'язність відповідного матричного рівняння для довільної матриці у правій частині. Тут задача про побудову розв'язків матричних диференціально-алгебраїчних рівнянь зводиться до задачі про знаходження розв'язків класичних диференціально-алгебраїчних систем рівнянь. Відзначимо також добрий методичний аналіз методів розв'язання досліджуваних в роботі задач.

Основні самостійні наукові результати дисертаційної роботи наведено в другому та третьому розділах. Тут досліджуються схеми регуляризації та умови розв'язності матричних диференціально-алгебраїчних краївих задач за рахунок імпульсного збурення. Основними факторами, які визначають складність краївих задач, є можлива їх виродженість та структура краївих умов.

У другому розділі отримано достатні умови регуляризації лінійних нетерових краївих задач за рахунок, як виродженого, так і невиродженого імпульсного збурення, а також за допомогою імпульсного впливу типу "interface conditions". Запропонована техніка регуляризації краївих задач є конструктивною та демонструється на модельних прикладах.

У третьому розділі знайдені умови розв'язності, а також конструкція узагальненого оператора Гріна матричної диференціально-алгебраїчної краївої задачі з імпульсним впливом, які узагальнюють традиційні результати, як для матричних диференціальних рівнянь, так і для диференціально-алгебраїчних рівнянь. У випадку нерозв'язності матричної диференціально-алгебраїчної краївої задачі знайдені умови існування, а також конструкція найкращого (у сенсі найменших квадратів) псевдорозв'язку матричної диференціально-алгебраїчної краївої задачі, які узагальнюють традиційні результати, як для матричних диференціальних рівнянь, так і для диференціально-алгебраїчних рівнянь. Основні результати цього розділу

наведені в Теоремах 3.1.1, 3.2.1, 3.3.1. Відзначимо також наведені ілюстративні нетривіальні приклади, на яких продемонстровано можливість перевірити умови доведених теорем та конструктивно знайти кілька послідовних наближень розв'язку і оцінити їх точність.

Наукова новизна, оцінка обґрунтованості наукових положень дисертації та їх достовірності. Дослідження, які виконані автором в даній дисертаційній роботі, спрямовані на постановку та розв'язання нових наукових задач, що є важливими для розвитку загальної теорії матричних диференціально-алгебраїчних лінійних крайових задач.

Ідеї та підходи, які використані для досліджень, є результативними. Можна стверджувати, що дисертація Дзюби Марини Володимирівни “Диференціально-алгебраїчні матричні крайові задачі” є завершеним науковим дослідженням, в якій отримано нові наукові результати: розвинено методику регуляризації крайових задач; знайдені умови існування розв'язку матричної диференціально-алгебраїчної крайової задачі, які узагальнюють традиційні результати, як для матричних диференціальних рівнянь, так і для диференціально-алгебраїчних рівнянь. Усі одержані результати є строго математично обґрунтованими, що підтверджується наведеними в роботі прикладами та забезпечується узгодженістю з відомими раніше результатами.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів. Дисертація у першу чергу є теоретичним дослідженням. Доведені в ній теореми суттєво доповнюють створену на цей час теорію конструктивних методів дослідження розв'язку лінійних матричних диференціально-алгебраїчних крайових задач. Результати, одержані в дисертаційній роботі, можуть знайти практичне застосування при розв'язуванні різноманітних крайових задач математичної та теоретичної фізики, при моделюванні електричних ланцюгів, транспортних мереж, проблем логістики тощо.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях. Основні положення і висновки дисертаційної роботи достатньо детально висвітлені в 16 наукових публікаціях автора з них 7 у вітчизняних і

закордонних фахових виданнях серед яких дві статті Марини Володимирівни Дзюби опубліковано в журналах «Journal of Mathematical Sciences» та «Ukrainian Mathematical Journal», які входять до наукометричної бази Scopus. Результати роботи апробовані на 9 міжнародних наукових конференціях і наукових семінарах з диференціальних рівнянь у провідних наукових центрах України. Зміст автореферату повністю відповідає змісту основної роботи.

Дисертація Дзюби Марини Володимирівни відповідає всім вимогам за кількістю публікацій за темою дисертації у провідних наукових журналах та фахових виданнях, а також вимогам щодо об'єму та оформлення роботи. Дисертація відповідає паспорту спеціальності 01.01.02 – диференціальні рівняння.

Зауваження і побажання.

1. У огляді літератури доцільно було б звернути увагу на дослідження, пов'язані із наближеними методами знаходження розв'язків початкових та краївих задач для диференціально-алгебраїчних рівнянь в роботах: K.E. Brenan, S.L. Campbell, L.R. Petzold «Numerical solution of initial-value problems in differential-algebraic equations», 1996; U. M. Ascher, L. R. Petzold «Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations», 1998 та інші.
2. У п.1.2 одержано зображення розв'язку матричного диференціально-алгебраїчного рівняння за допомогою узагальненого оператора Гріна задачі Коші для диференціально-алгебраїчного рівняння, а не диференціально-алгебраїчної краївої задачі, як вказано у заголовку цього пункту.
3. На сторінці 131 дисертації наведені абсолютно нев'язки розв'язків матричного рівняння Ріккаті у вигляді громіздких технічних обчислень. Доцільно було б описати яке ПЗ використовувалось та можливо більш доречно використовувати тут відносні нев'язки розв'язків з урахуванням норми самих розв'язків матричного рівняння Ріккаті.

4. Цікаво вияснити чи можливе узагальнення одержаних в дисертаційній роботі результатів для матричних диференціально-алгебраїчних крайових задач із відхиленням аргументу.
5. В роботі є деякі описки та мовні неточності: наприклад, автор пише «евклидова » замість «евклідова» (ст. 25, 27), «І, нарешті » замість «I, нарешті» (ст. 27), «рівнозначне» замість «рівносильне» (ст. 30,37,79,89), «то разі » замість «тоді у випадку» (ст. 64, 68), «який дає розв'язок» замість «який забезпечує розв'язок» (ст. 76), «отримує розв'язки » замість «має розв'язки» (ст.95) тощо.

Зазначимо, що зроблені зауваження та побажання не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

Висновок. Оцінюючи дисертаційну роботу в цілому, є всі підстави стверджувати, що за актуальністю теми, обсягом виконаних досліджень і науковою цінністю одержаних в ній результатів, дисертаційна робота Дзюби Марини Володимирівни “Диференціально-алгебраїчні матричні крайові задачі”, відповідає вимогам “Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника” та вимогам щодо дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.02 – диференціальні рівняння, а її автор Дзюба Марина Володимирівна заслуговує присудження її наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Офіційний опонент
 завідувач кафедри математичного моделювання
 Чернівецького національного
 університету імені Юрія Федьковича,
 доктор фізико-математичних наук,

професор



I.M. Черевко